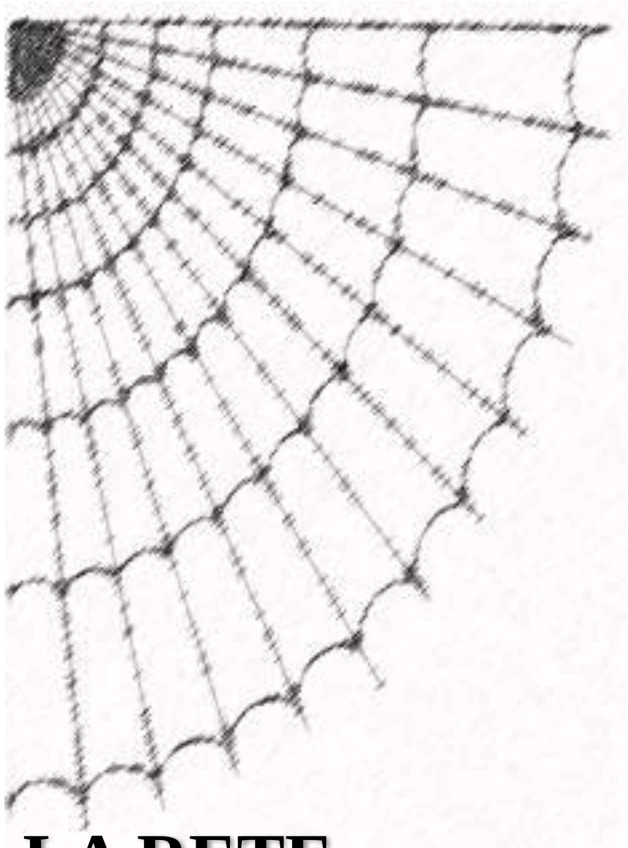


LA RETE TERRITORIALE DI GALILEO

Costruire la casa di Matematica e Scienze nelle nostre scuole

Ferdinando Arzarello

Dipartimento di Matematica “G. Peano”

Università di Torino

Mondovì, 5 settembre 2017

insegnare

Competenze: come/che cosa si insegna?

apprendere

- **sviluppare competenze scientifiche** UE *in continuità tra ordini di scuola diversi*

- evidenziare la relazione tra la storia e la didattica delle scienze

- **implementare una comunità professionale** che si riconosce in metodologie comuni, costruisce un linguaggio comune attraverso condivisione di percorsi di formazione, progetta percorsi e valuta quanto attivato

- **condividere, valorizzare e utilizzare** in modo **capillare i laboratori e i musei patrimonio dei diversi Istituti**

- offrire **opportunità di reiterare nel tempo percorsi** validati e documentati sul sussidio didattico «Quaderno di lavoro» e di utilizzare materiale inserito sulla piattaforma degli Istituti

La competenza matematica *è l'abilità di sviluppare e applicare il pensiero matematico per risolvere una serie di problemi in situazioni quotidiane. Partendo da una solida padronanza delle competenze* ***aritmetico-****matematiche, l'accento è posto sugli aspetti del processo e dell'attività oltre che su quelli della conoscenza. La competenza matematica comporta, in misura variabile, la capacità e la disponibilità a usare modelli matematici di pensiero (pensiero logico e spaziale) e di presentazione (formule, modelli, schemi, grafici, rappresentazioni).*

Indicazioni

La competenza in campo scientifico *si riferisce alla capacità e alla disponibilità a usare l'insieme delle conoscenze e delle metodologie possedute per spiegare il mondo che ci circonda sapendo identificare le problematiche e traendo le conclusioni che siano basate su fatti comprovati.*

Indicazioni

La competenza in campo tecnologico *è considerata l'applicazione di tale conoscenza e metodologia per dare risposta ai desideri o bisogni avvertiti dagli esseri umani. La competenza in campo scientifico e tecnologico comporta la comprensione dei cambiamenti determinati dall'attività umana e la consapevolezza della responsabilità di ciascun cittadino.*

Profilo delle competenze al termine del primo ciclo di istruzione

Le sue conoscenze matematiche e scientifico-tecnologiche gli consentono di analizzare dati e fatti della realtà e di verificare l'attendibilità delle analisi quantitative e statistiche **proposte da altri**.
Il possesso di un pensiero razionale gli consente di affrontare problemi e situazioni sulla base di elementi certi e di avere consapevolezza dei limiti delle affermazioni che riguardano questioni complesse che non si prestano a spiegazioni univoche.

LINEE GENERALI E COMPETENZE

Lo studente avrà acquisito una visione storico-critica dei rapporti tra le tematiche principali del pensiero matematico e il contesto filosofico, scientifico e tecnologico. In particolare, avrà acquisito il senso e la portata dei tre principali momenti che caratterizzano la formazione del pensiero matematico: la matematica nella civiltà greca, il calcolo infinitesimale che nasce con la rivoluzione scientifica del Seicento e che porta alla matematizzazione del mondo fisico, la svolta che prende le mosse dal razionalismo illuministico e che conduce alla formazione della matematica moderna e a un nuovo processo di matematizzazione che investe nuovi campi (tecnologia, scienze sociali, economiche, biologiche) e che ha cambiato il volto della conoscenza scientifica.

LINEE GENERALI E COMPETENZE

concetti e metodi che saranno obiettivo dello studio:

… 3) un’introduzione ai concetti matematici necessari per lo studio dei fenomeni fisici, con particolare riguardo al calcolo vettoriale e alle nozione di derivata;

4) un’introduzione ai concetti di base del calcolo delle probabilità e dell’analisi statistica;

Indic: secondo ciclo

LINEE GENERALI E COMPETENZE

concetti e metodi che saranno obiettivo dello studio:

5) il concetto di modello matematico e un'idea chiara della differenza tra la visione della matematizzazione caratteristica della fisica classica (corrispondenza univoca tra matematica e natura) e quello della modellistica (possibilità di rappresentare la stessa classe di fenomeni mediante differenti approcci);

6) costruzione e analisi di semplici modelli matematici di classi di fenomeni, anche utilizzando strumenti informatici per la descrizione e il calcolo.

…

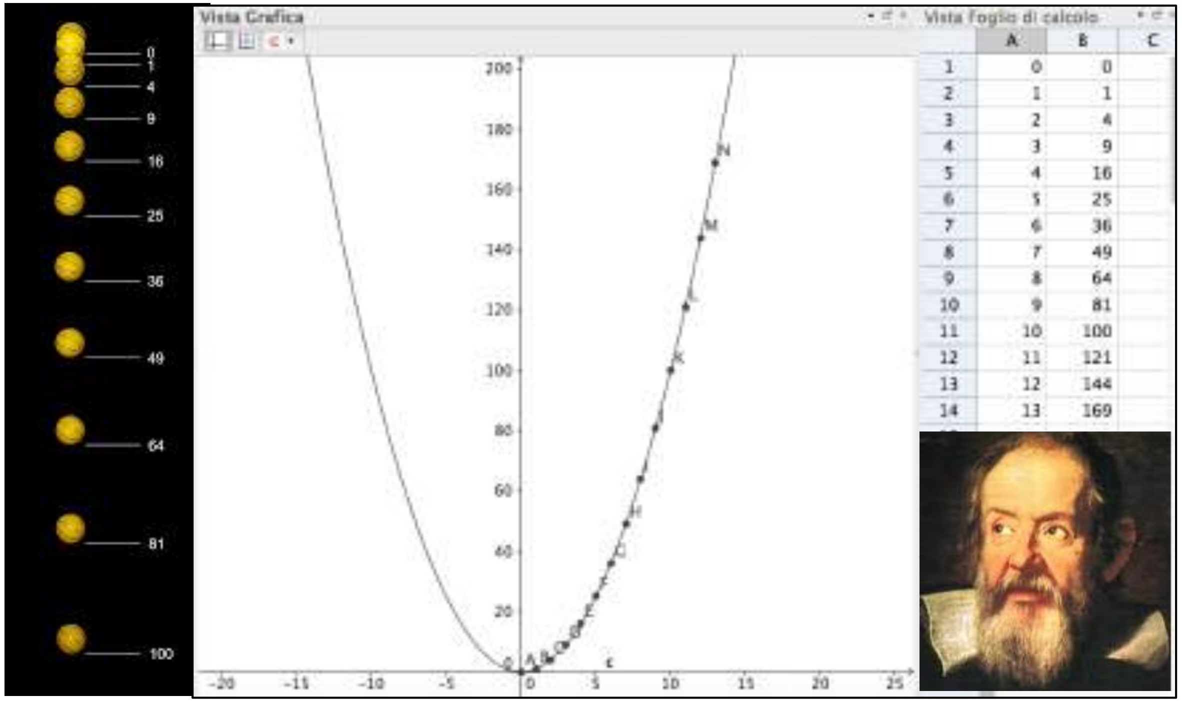
Quadro Istituzionale

CONOSCENZE
(Unità Epistemica)

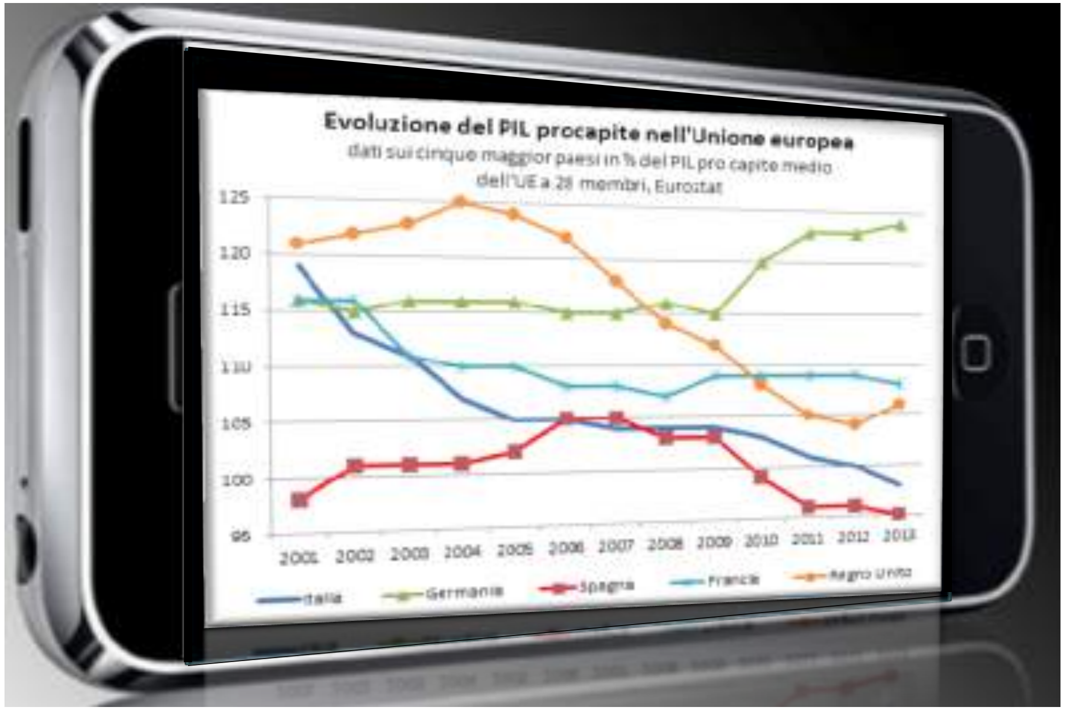
Cercherò di comunicarvi il senso della proposta tramite vari esempi: mi baserò su di essi per trarre alcune riflessioni generali con l'obiettivo di definire propriamente la cornice teorica **CD**+**UE**+**UM** .

Uniformità Metodologica

PRATICHE
(Continuità Didattica)



Modellizzare il cambiamento: le **radici cognitive e culturali** della matematica e della scienza



CONOSCENZE
(Unità Epistemica)


Il laboratorio
Uniformità
Metodologica
l'allievo
come ricercatore

PRATICHE
(Continuità Didattica)

Imparare a pensare matematicamente
Quali competenze nella classe di matematica?
Modellizzare il cambiamento: le radici cognitive e culturali della matematica e della scienza
CONOSCENZE
(Unità Epistemica)
Uniformità Metodologica
Il laboratorio
l'allievo come ricercatore
SECONDARIA II GR
SECONDARIA I GR
PRIMARIA
PRATICHE
(Continuità Didattica)

Il senso matematico delle cose

Imparare a pensare matematicamente significa:

(a) sviluppare un punto di vista matematico: valorizzare i processi di matematizzazione e astrazione e avere la predilezione per applicarli;

(b) sviluppare le competenze proprie degli strumenti del mestiere, e utilizzarli con l'obiettivo di giungere a una comprensione "strutturale" dei fenomeni, cioè sviluppare **il senso degli studenti per la matematica** (mathematical sense-making).

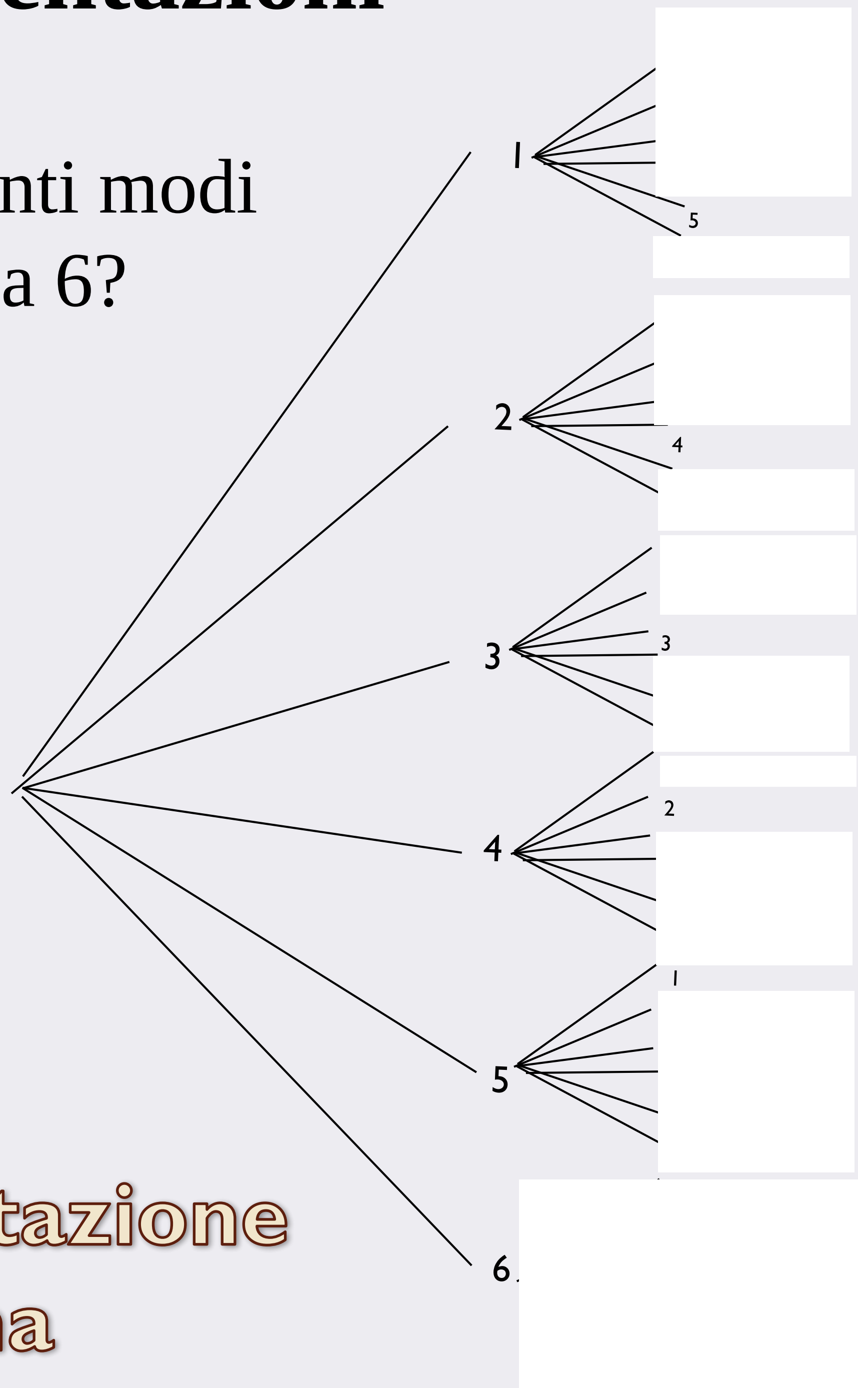
(A. Schoenfeld)

Esempio 1

Se lancio due dadi in quanti modi posso ottenere somma 6?

Rappresentazioni

Se lancio due dadi in quanti modi posso ottenere somma 6?



Una 1ª rappresentazione del problema

2ª Rappresentazione

Somma dadi	Combinazioni	N
2	(1,1)	1
3	(1,2) (2,1)	2
4	(1,3) (2,2) (3,1)	3
5	(1,4) (2,3) (3,2) (4,1)	4
6	(1,5) (2,4) (3,3) (4,2) (5,1)	5
7	(1,6) (2,5) (3,4) (4,3) (5,2) (6,1)	6
8	(2,6) (3,5) (4,4) (5,3) (6,2)	5
9	(3,6) (4,5) (5,4) (6,3)	4
10	(4,6) (5,5) (6,4)	3
11	(5,6) (6,5)	2
12	(6,6)	1
	TOTALE	36

Esempio 2
Rappresentazioni e analogie

Se lancio **tre, quattro,… N** dadi in quanti modi posso ottenere somma 6?

Analogia & Rappresentazione

	Combinazioni	N	tot
		1	1
4	(1,1,2) (1,2, 1,1)	3	3
5	(1,1,3) (1,2,2)	3+3	6
6	(1,1,4) (1,2,3) (2,2,2)	3+6+1	10
7	(1.1.5) (1,2,4)(1,3,3) (2,2,3)	3+6+3+3	15
8	(1.1.6) (1,2,5) (1,3,4) (2,2,4) (2,3,3)	3+6+6+3+3	21
9	(1,2,6) (1,3,5) (1.4.4) (2,3,4) (2,5,2) (3,3,3)	6+6+3+6+3+1	25
10	(1,3,6) (1,4,5) (2,3,5) (2,4,4) (2.6.2) (3,3,.4)	6+6+6+3+3+3	27
11	(1,4,6) (2,4,5) (2,3,6) (3.4.4) (5,1,5) (3,3,5)	6+6+6+3+3+3	27
12	(1,5,6) (2,4,6) (6.3,3) (5,4,3) (5,2,5) (4,4,4)	6+6+3+6+3+1	25
13	(1,6,6) (2,5,6) (6.4,3) (5,5,3) (5,4,4)	3+6+6+3+3	21
14	(2,6,6) (3,5,6) (6.4,4) (5,5,4)	3+6+3+3	15
15	(3,6,6) (4,5,6) (5,5,5)	3+6+1	10
16	(4,6,6) (5,5,6)	3+3	6
17	(5,6,6)	3	3
18	(6,6,6)	1	1
	TOTALE	216	

Somma di tre dadi

Rappresentazioni e Modelli

- Noi pensiamo comunemente in termini di modelli perché forniscono il processo di ragionamento con gli elementi strutturanti e stimolanti necessari al suo corso creativo.

Di estrema importanza è lo sviluppo di un'adeguata visione della matematica, non ridotta a un insieme di regole da memorizzare e applicare, ma riconosciuta e apprezzata come contesto per affrontare e porsi problemi significativi e per ***esplorare e percepire relazioni e strutture che si ritrovano e ricorrono in natura e nelle creazioni dell'uomo.***

Le analogie sono una fonte molto ricca di modelli. Due oggetti, due sistemi, sono analoghi se, sulla base di una certa somiglianza parziale, si può assumere che le rispettive entità siano simili anche per altri aspetti. La differenza tra analogia e somiglianza banale è che l'analogia giustifica inferenze plausibili: una casa rossa e una fragola hanno lo stesso colore, ma nessuno vedrà alcuna analogia tra la casa rossa e la fragola. L'analogia implica quindi la somiglianza della struttura, un insieme di proprietà strutturate comuni.

Il meccanismo della metafora è basato sull'analogia (es.: tempo → spazio: settembre si avvicina e le ferie si allontanano)

Un'analogia intuitiva aiuta a ottenere una rappresentazione iconica unitaria con un significato comportamentale concreto. Una comprensione intuitiva diventa quindi possibile. Il processo di ragionamento ottiene un "oggetto", un sistema di rappresentazione con le sue qualità di immediatezza, globalità, capacità generativa, consistenza intrinseca e possibilità di estrapolazione.

Esempi: retta numerica; piano cartesiano; corrente elettrica e fluidi; modello di Rutheford per l’atomo.

Il modello fornisce un oggetto mentale compatto, strutturato, relativamente familiare e coerente, un elemento vitale di un processo di ragionamento attivo e visibile.

MODELLI ANALOGICI IN MATEMATICA

L'analogia interviene spesso nel ragionamento matematico.
Nel passaggio da 2 a 3 a 4…dadi la si sfrutta.

Altro esempio. Se uno studente sa che l'area di un rettangolo è B x H, può naturalmente estendere il principio di questa soluzione al volume di un prisma o di un cilindro in cui B diventa l'area della base del prisma o del cilindro.

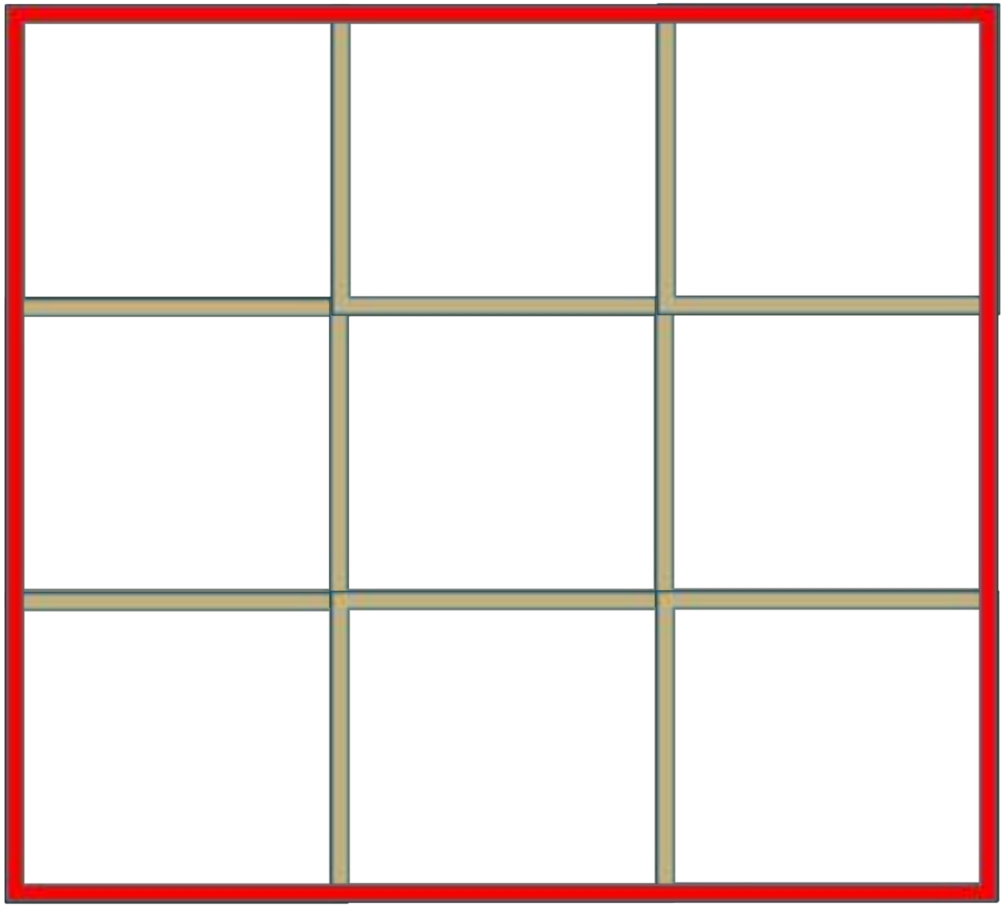
Polya parla di "grandi analogie" nella matematica.
Cita l'analogia fondamentale tra il dominio dei numeri e quello delle figure (piano cartesiano), analogia che rappresenta il terreno fondante per la geometria analitica.

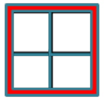
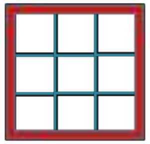
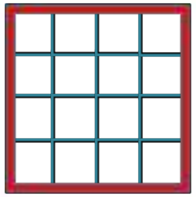
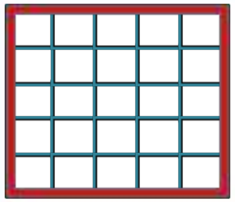
Esempio 3

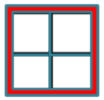
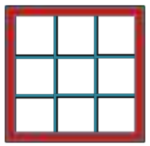
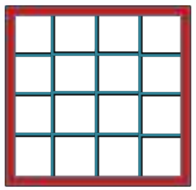
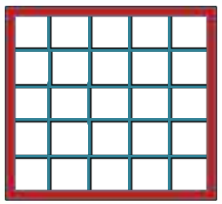
Il pasticcere geometra

Arcavi, A. & Friedlander, A. (in press), *Tasks and Competencies in the Teaching and Learning of Algebra*, NCTM

Modello schematico della torta e dei tagli

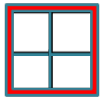
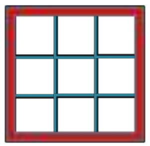
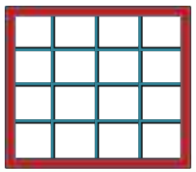
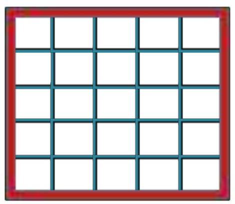


	taglia	n. 1-quadr.	n. 1-quadr. senza fr.	n. 1-quad fragole 1 lato	n. 1-quad fragole 2 lati	
	2x2					
	3x3					
	4x4					
	5x5					
	axa					

	taglia	n. 1-quadr.	n. 1-quadr. senza fr.	n. 1-quad fragole 1 lato	n. 1-quad fragole 2 lati	
	2x2	$4 = 2^2$	0	0	4	
	3x3	3^2	1	4=4x1	4	
	4x4	4^2	2^2	8=4x2	4	
	5x5	5^2	3^2	12=4x3	4	
	axa	a^2	$(a-2)^2$	$4(a-2)$	4	

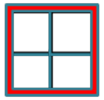
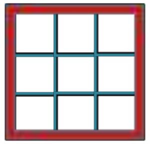
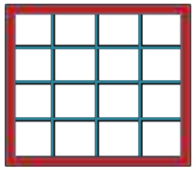
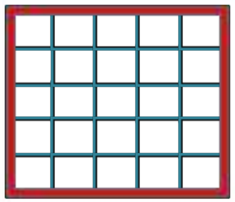
Passo 1a

Guarda con occhio matematico numeri e formule: che cosa osservi?

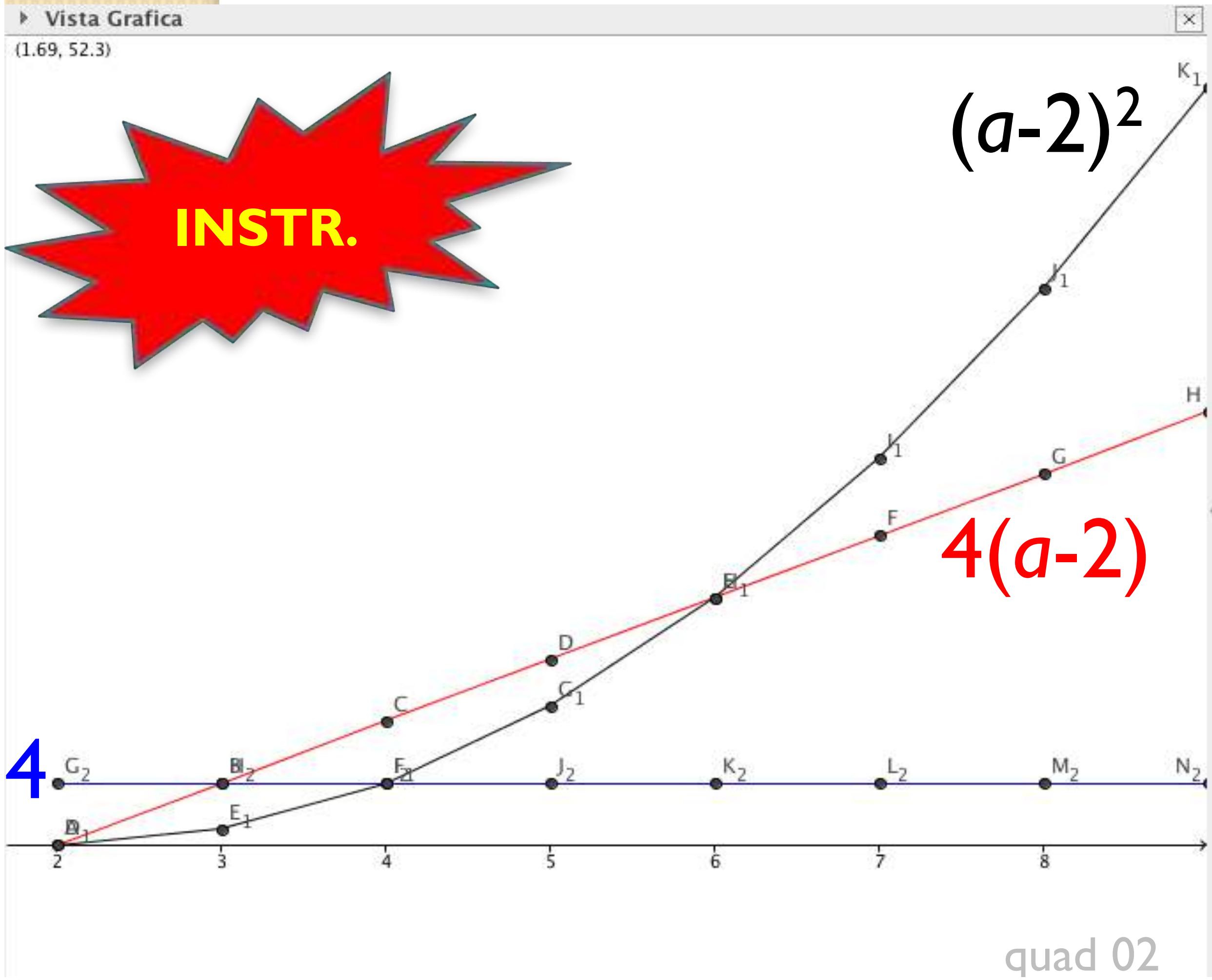
	2x2	$4 = 2^2$	0	0	4	
	3x3	3^2	1	4=4x1	4	
	4x4	4^2	2^2	8=4x2	4	
	5x5	5^2	3^2	12=4x3	4	
	axa	a^2	$(a-2)^2$	$4(a-2)$	4	

Passo 1b

Come puoi rappresentare i dati?

	2x2	$4 = 2^2$	0	0	4	
	3x3	3^2	1	4=4x1	4	
	4x4	4^2	2^2	8=4x2	4	
	5x5	5^2	3^2	12=4x3	4	
	axa	a^2	$(a-2)^2$	$4(a-2)$	4	

1b. Come puoi rappresentare i dati? Che cosa osservi ora?

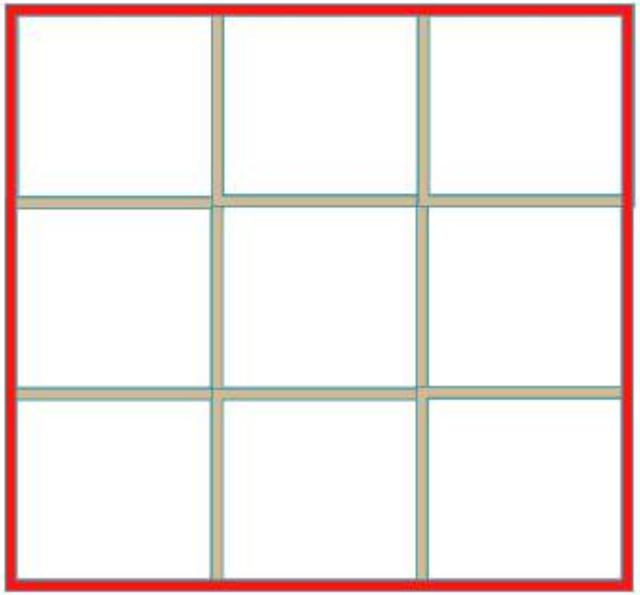


Vista Foglio di calcolo

	B	C	D	E	F
1	0	2	0	2	4
2	4	3	1	3	4
3	8	4	4	4	4
4	12	5	9	5	4
5	16	6	16	6	4
6	20	7	25	7	4
7	24	8	36	8	4
8	28	9	49	9	4
9	32	10	64	10	4
10	36	11	81	11	4
11	40	12	100	12	4
12	44	13	121	13	4
13	48	14	144	14	4
14	52	15	169	15	4
15	56	16	196	16	4
16	60	17	225	17	4
17	64	18	256	18	4
18	68	19	289	19	4
19	72	20	324	20	4
20	76	21	361	21	4
21	80	22	400	22	4
22	84	23	441	23	4
23	88	24	484	24	4
24	92	25	529	25	4
25	96	26	576	26	4
26	100	27	625	27	4

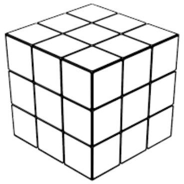
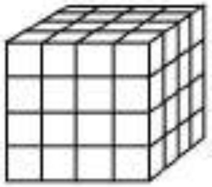
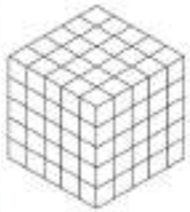
Passo 2

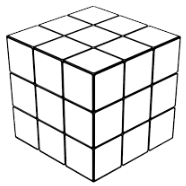
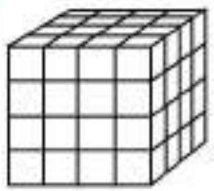
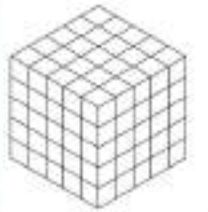
Come sarebbe se…?



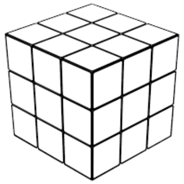
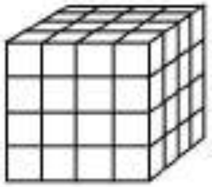
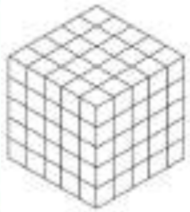
Pensa a una situazione simile (per es. a tre dimensioni): come cambiano le risposte alle domande 1a, 1b?

La storia

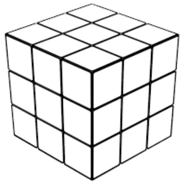
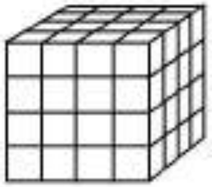
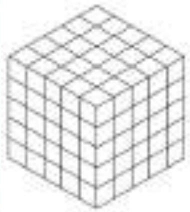
	taglia	n. 1-cubi	n. 1-cubi non glassati	n. 1-cubi glassati 1 faccia	n. 1-cubi glassati 2 facce	n. 1-cubi glassati 3 facce
	2x2x2					
	3x3x3					
	4x4x4					
	5x5x5					
a 1-cubi	axaxa					

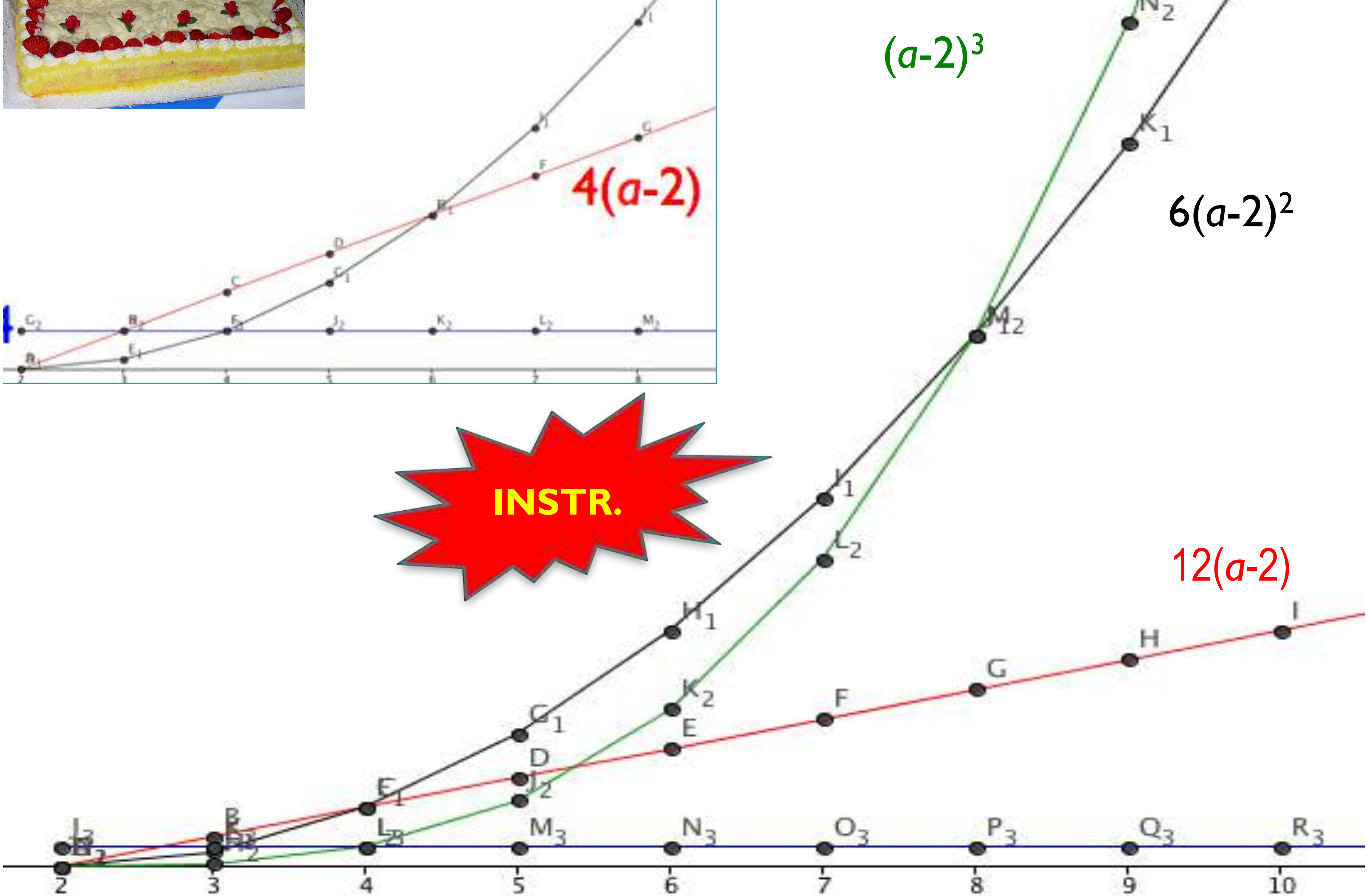
	taglia	n. 1-cubi	n. 1-cubi non glassati	n. 1-cubi glassati 1 faccia	n. 1-cubi glassati 2 facce	n. 1-cubi glassati 3 facce
	2x2x2	$8 = 2^3$	0	0	0	8
	3x3x3	3^3	1	6=6x1	12=12x1	8
	4x4x4	4^3	2^3	24=6x4	24=12x2	8
	5x5x5	5^3	3^3	54=6x9	36=12x3	8
a 1-cubi	axaxa	a^3	$(a-2)^3$	$6(a-2)^2$	$12(a-2)$	8

1a. Guarda con occhio matematico numeri e formule: che cosa osservi?

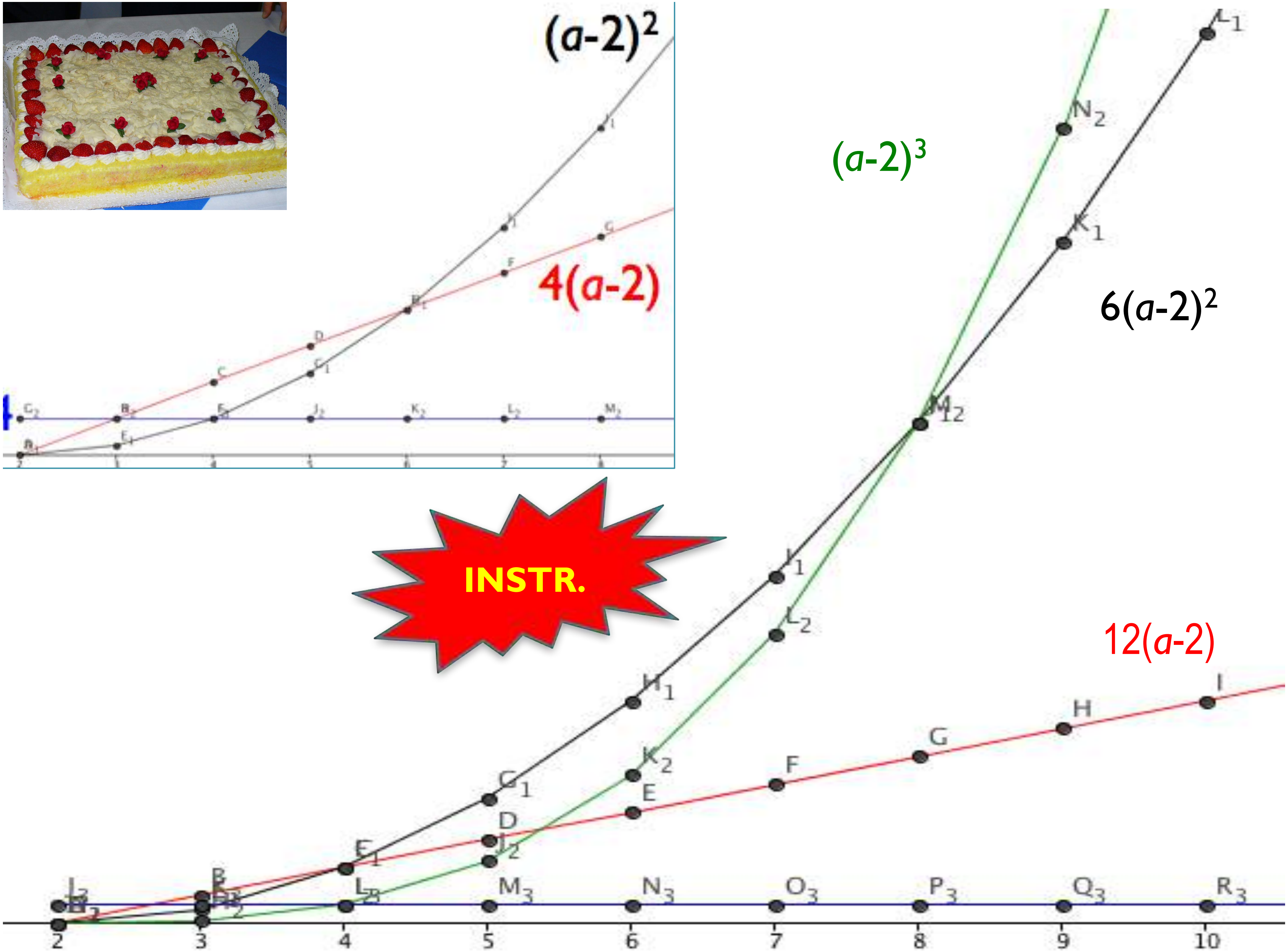
	2x2x2	$8 = 2^3$	0	0	0	8
	3x3x3	3^3	1	6=6x1	12=12x1	8
	4x4x4	4^3	2^3	24=6x4	24=12x2	8
	5x5x5	5^3	3^3	54=6x9	36=12x3	8
a 1-cubi	axaxa	a^3	$(a-2)^3$	$6(a-2)^2$	$12(a-2)$	8

1b. Come rappresentarli graficamente?

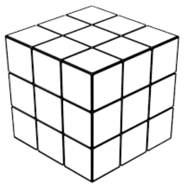
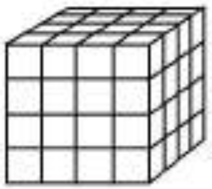
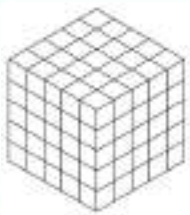
	2x2x2	$8 = 2^3$	0	0	0	8
	3x3x3	3^3	1	6=6x1	12=12x1	8
	4x4x4	4^3	2^3	24=6x4	24=12x2	8
	5x5x5	5^3	3^3	54=6x9	36=12x3	8
a 1-cubi	axaxa	a^3	$(a-2)^3$	$6(a-2)^2$	$12(a-2)$	8



(a-2)²
4(a-2)
(a-2)³
6(a-2)²
12(a-2)
INSTR.
2
3
4
5
6
7
8
9
10

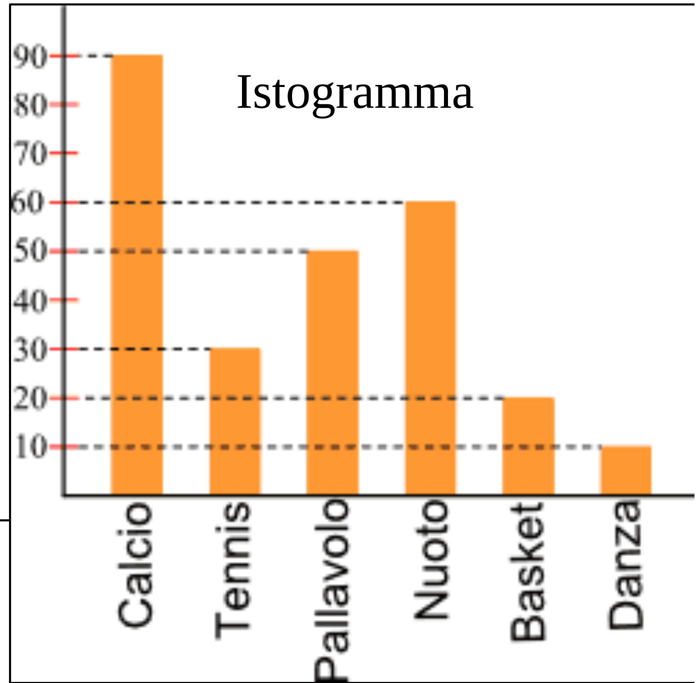


(a-2)²
4(a-2)
(a-2)³
6(a-2)²
12(a-2)
INSTR.
2
3
4
5
6
7
8
9
10

	taglia	n. 1-cubi	n. 1-cubi non glassati	n. 1-cubi glassati 1 faccia	n. 1-cubi glassati 2 facce	n. 1-cubi glassati 3 facce
	2x2x2	$8 = 2^3$	0	0	0	4
	3x3x3	3^3	2	9	12	4
	4x4x4	4^3	12	28	20	4
	5x5x5	5^3	36	57	28	4
a 1-cubi	$axaxa$	a^3	$(a-1)(a-2)^2$	$5a^2-16a+12$	$8a-12$	4

MODELLI DIAGRAMMATICI
COME FONTE DI ANALOGIE

Una categoria di modelli importante per stimolare/supportare il ragionamento matematico e le analogie è quella dei diagrammi.
In linea generale, i diagrammi sono rappresentazioni grafiche dei fenomeni e delle loro relazioni.



Istogramma

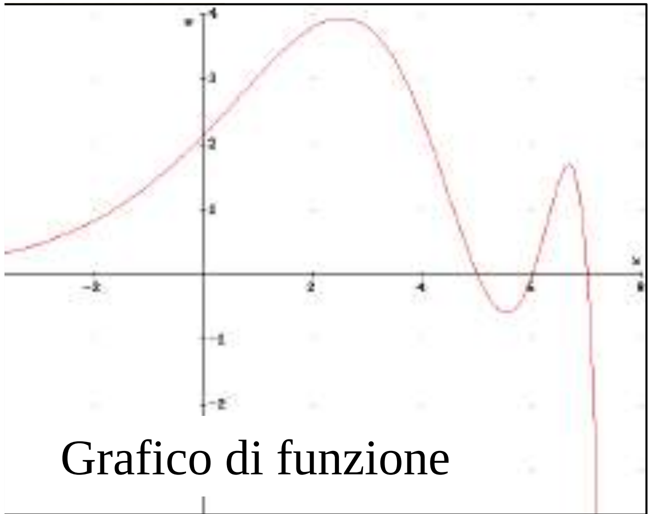


Grafico di funzione

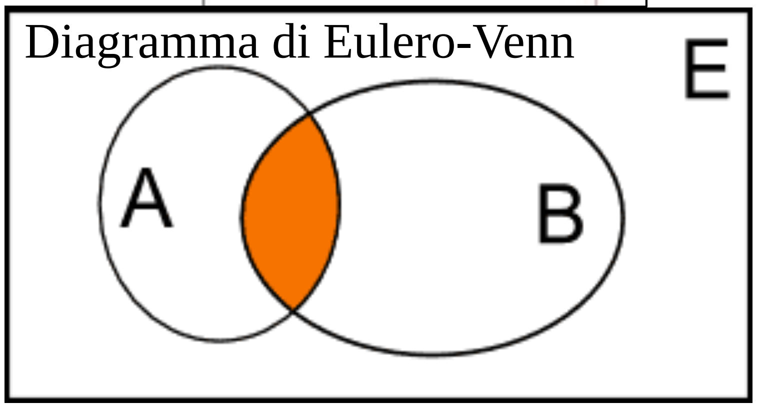


Diagramma di Eulero-Venn

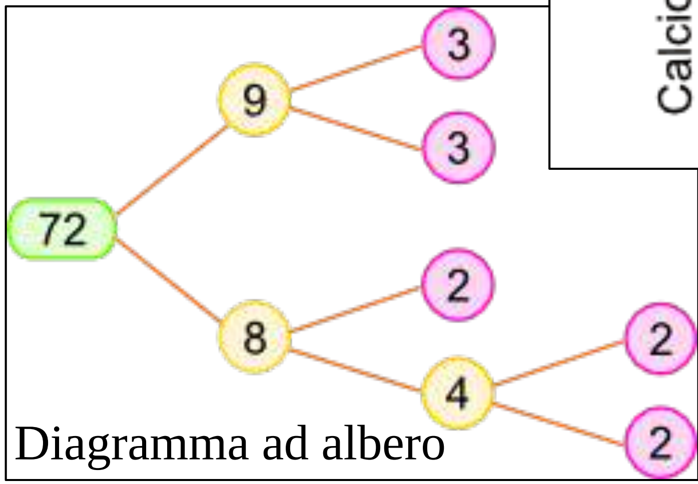
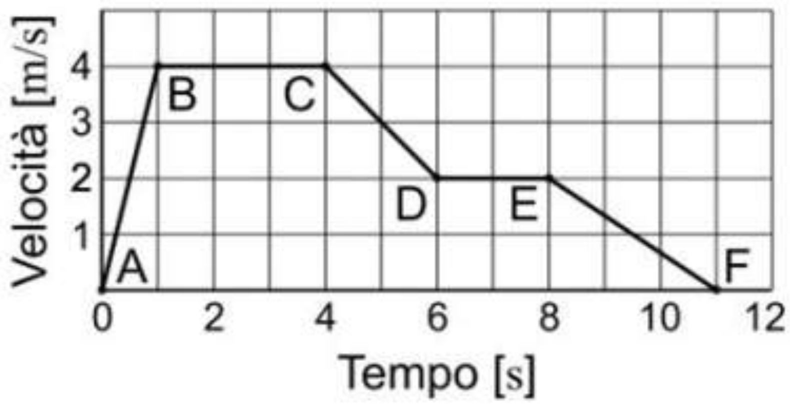


Diagramma ad albero

Un problema cognitivo e didattico

I diagrammi non sono generalmente l'immagine diretta di una certa realtà. Se si vuole ottenere una sensazione intuitiva di quello che significa "velocità" si deve guardare un corpo in movimento o, meglio, confrontare due corpi in movimento.

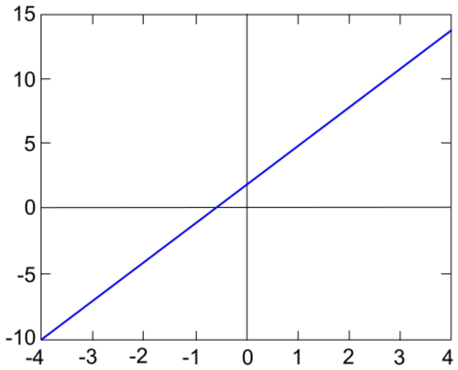
Ma con i diagrammi le cose sono completamente diverse poiché un diagramma, anche se espresso in termini figurativi, non è un'istanza cognitiva primaria.

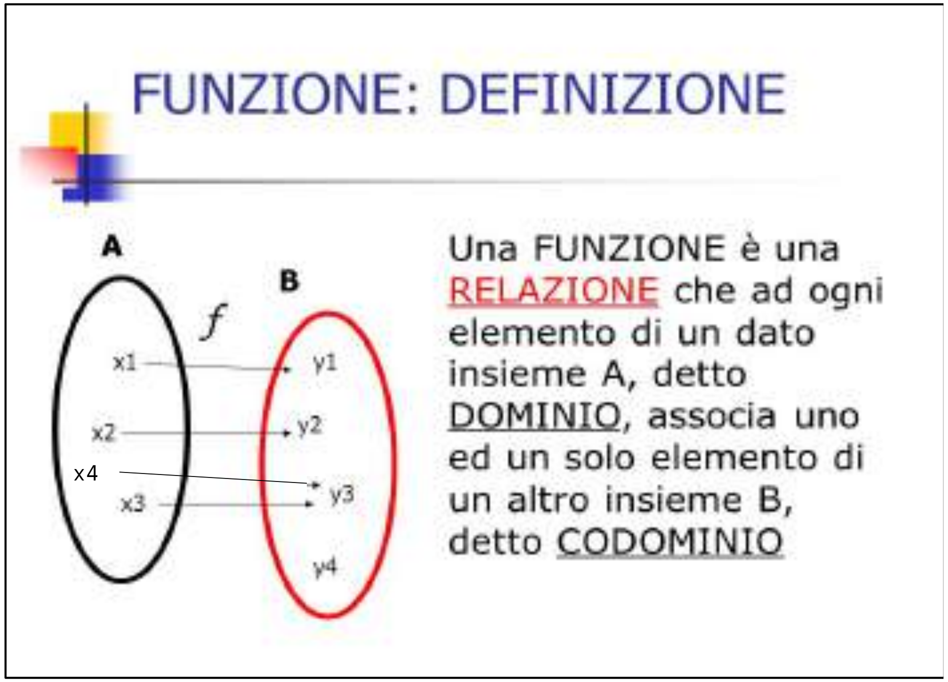


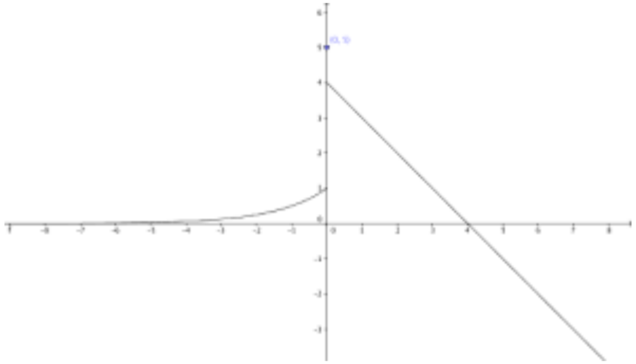
È l'espressione figurale di una struttura concettuale già elaborata, come un qualsiasi altro sistema simbolico.

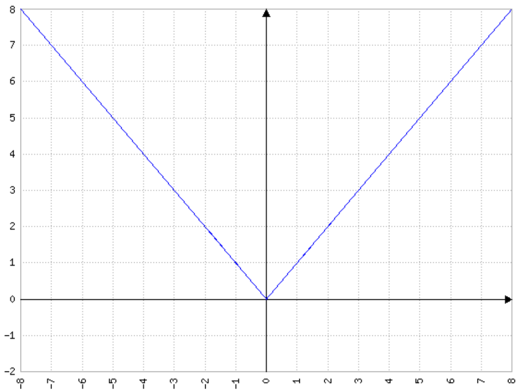
Un tipo particolarmente importante di diagrammi è dato dai grafici che rappresentano le funzioni.

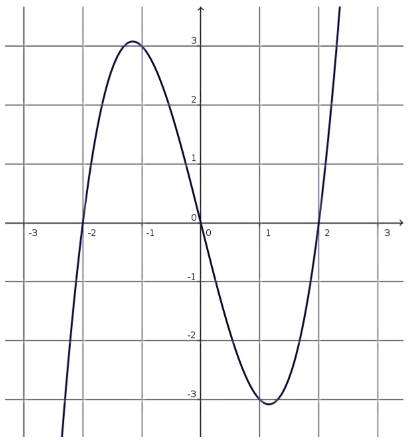
<u>Esempi</u>:

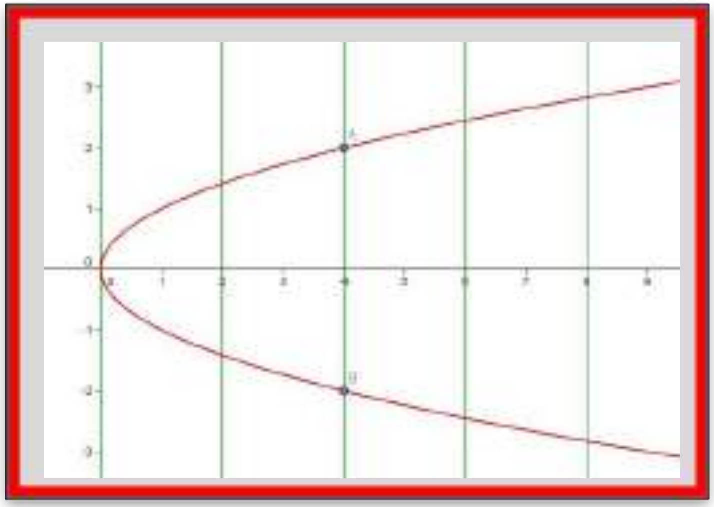






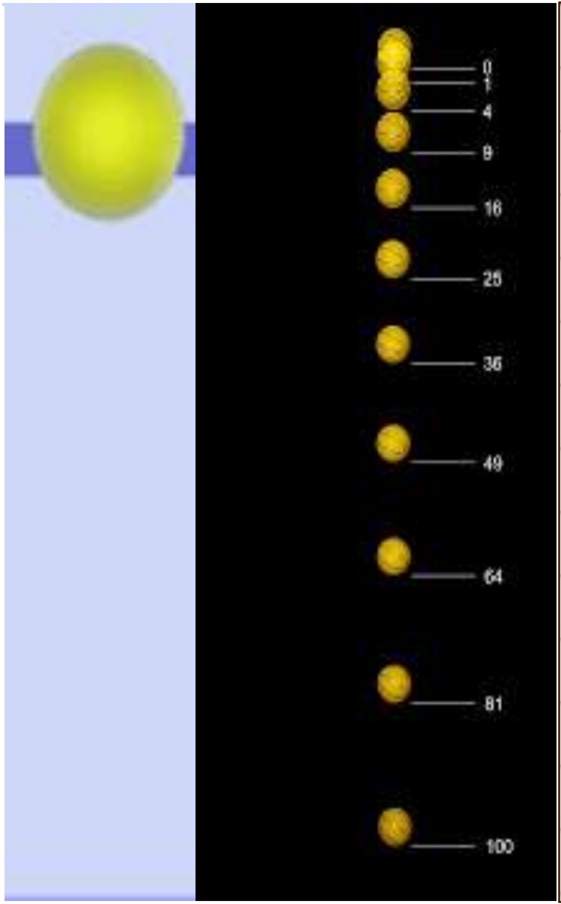




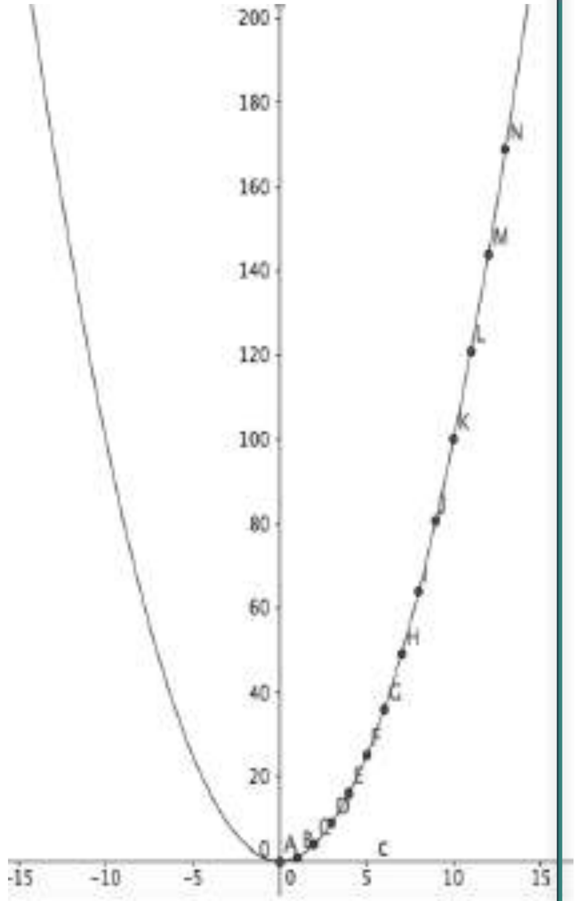


Anche nel caso delle funzioni, come generalmente nei diagrammi, la corrispondenza tra l'originale e il modello non è acquisita direttamente come effetto di una similitudine naturale (come avviene nelle analogie).

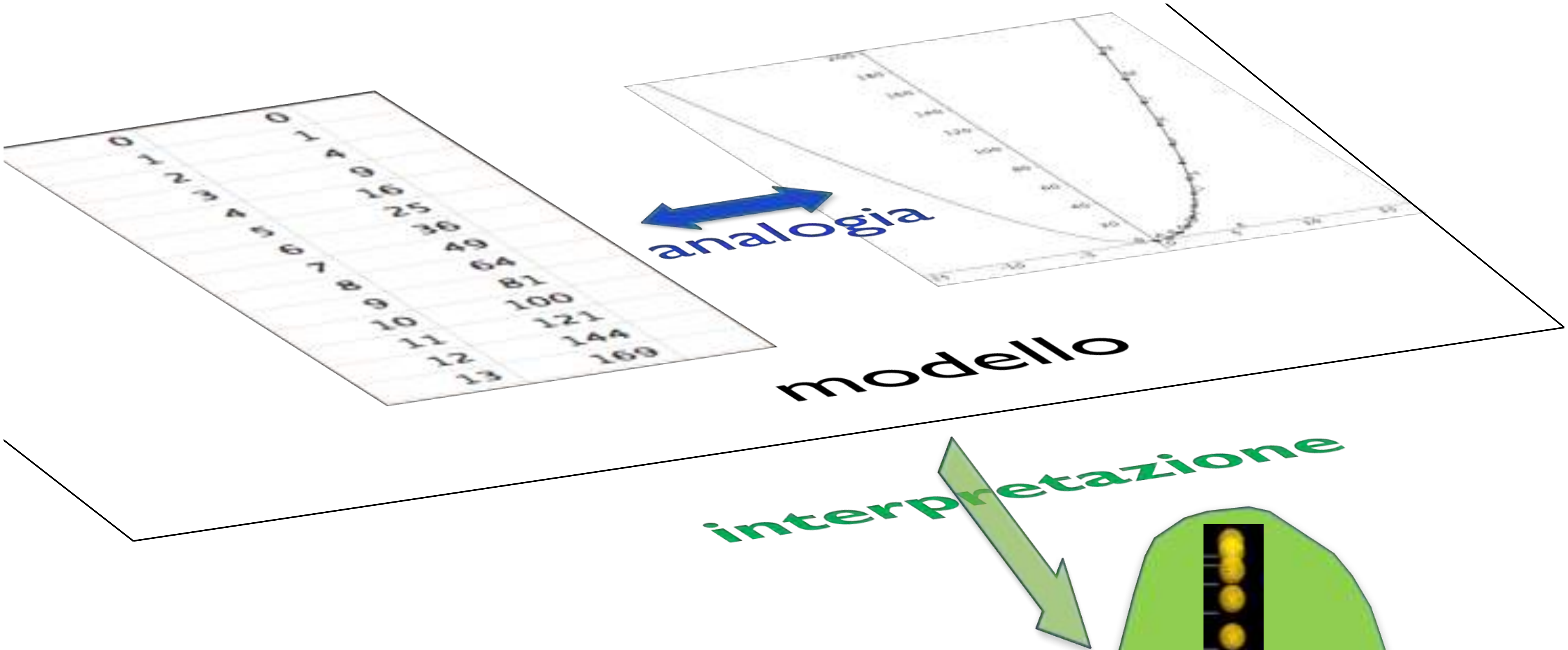
Se si considera, ad esempio, il grafico che rappresenta la relazione tra tempo e spazio nel caso della caduta dei gravi non esiste una somiglianza diretta e sensoriale tra il fenomeno della caduta e la forma del grafico.

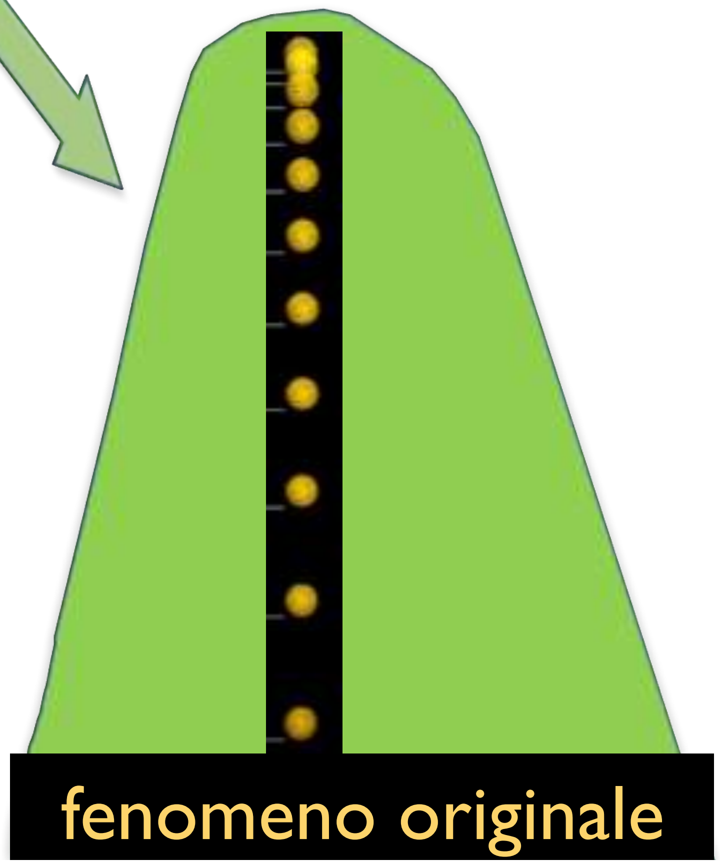


0	0
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
7	49
8	64
9	81
10	100
11	121
12	144
13	169



L'analogia è piuttosto tra l'espressione numerica del rispettivo fenomeno e la sua rappresentazione grafica (che è spaziale).

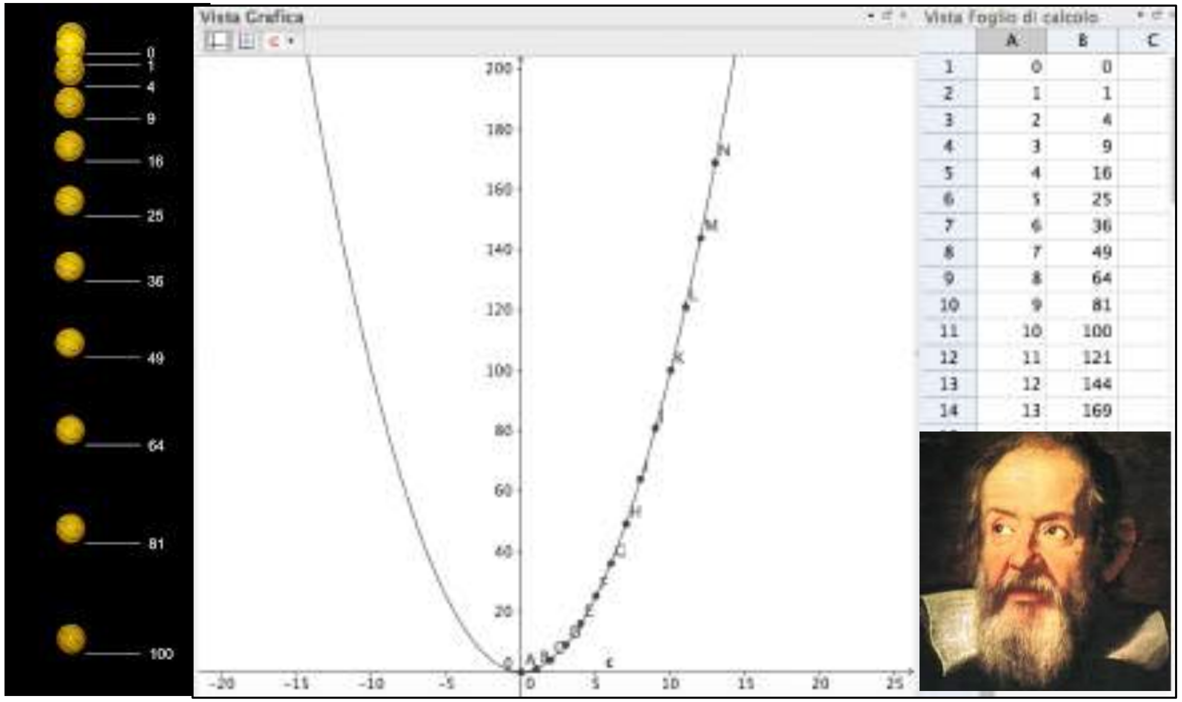




C'è un salto cognitivo ed epistemico tra i due (modello / fenomeno).
Questo pone un problema didattico: come affrontare questo salto in classe?

Il problema didattico
può essere così precisato:

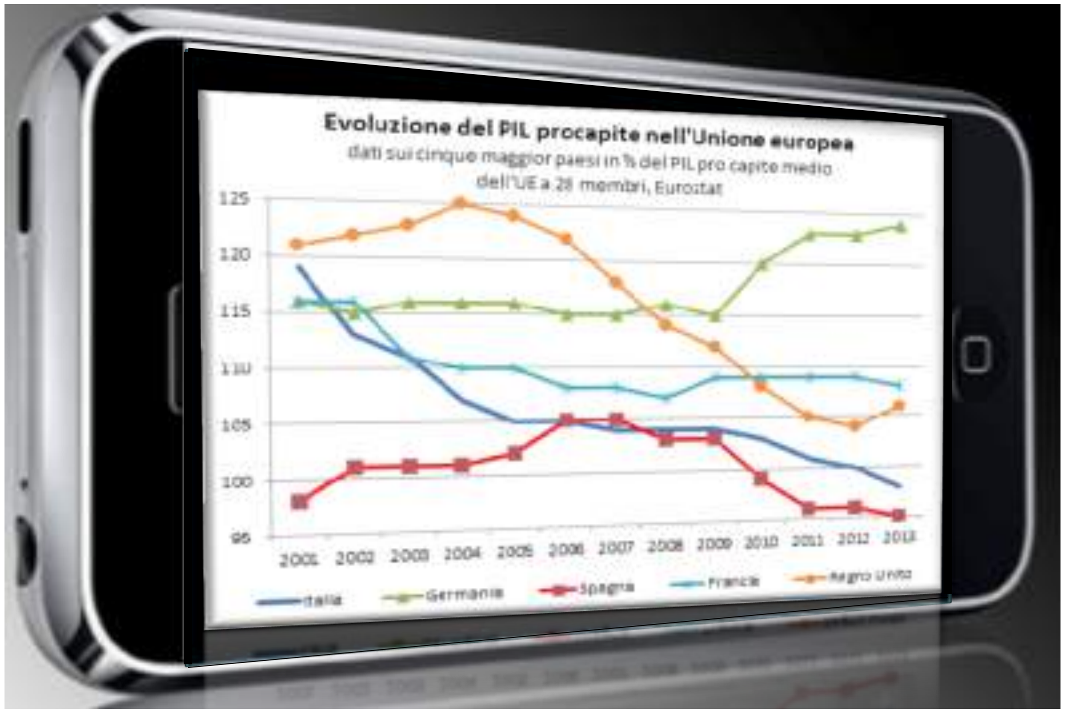
- Trovare un metodo didattico che renda il superamento del salto (epistemico e cognitivo) il più naturale possibile da un punto di vista cognitivo.
L’obiettivo è che il grafico diventi per gli allievi un dispositivo **intuitivo**: cioè che riescano a **fondere**, **interiorizzare** e **automatizzare** il sistema delle convenzioni relative alla realtà fenomenologica originale, al sistema concettuale mediatore (la funzione) e alla rappresentazione grafica.



Modellizzare il cambiamento: le radici cognitive e culturali

della matematica e della scienza

Πάντα ρει



Fenomeni di cambiamento

Il correlativo cognitivo del **cambiamento** è l'attenzione a ciò che cambia, a come cambia e a ciò che rimane invariante in una situazione.

Il correlativo matematico del cambiamento è l'attenzione non solo ai **valori** quantitativi, al modo di **rappresentarli e manipolarli** per ragionarci, ma anche a come cambiano le loro **differenze** ("fa caldo", "ora fa più caldo di prima", "fa sempre più caldo").

Apprendistato all'interpretazione dei grafici di funzione

- Occorre che gli allievi siano introdotti a un apprendistato nell'interpretazione dei grafici in vari campi di esperienza in cui si esperiscano significativi fenomeni di **cambiamento**:

1

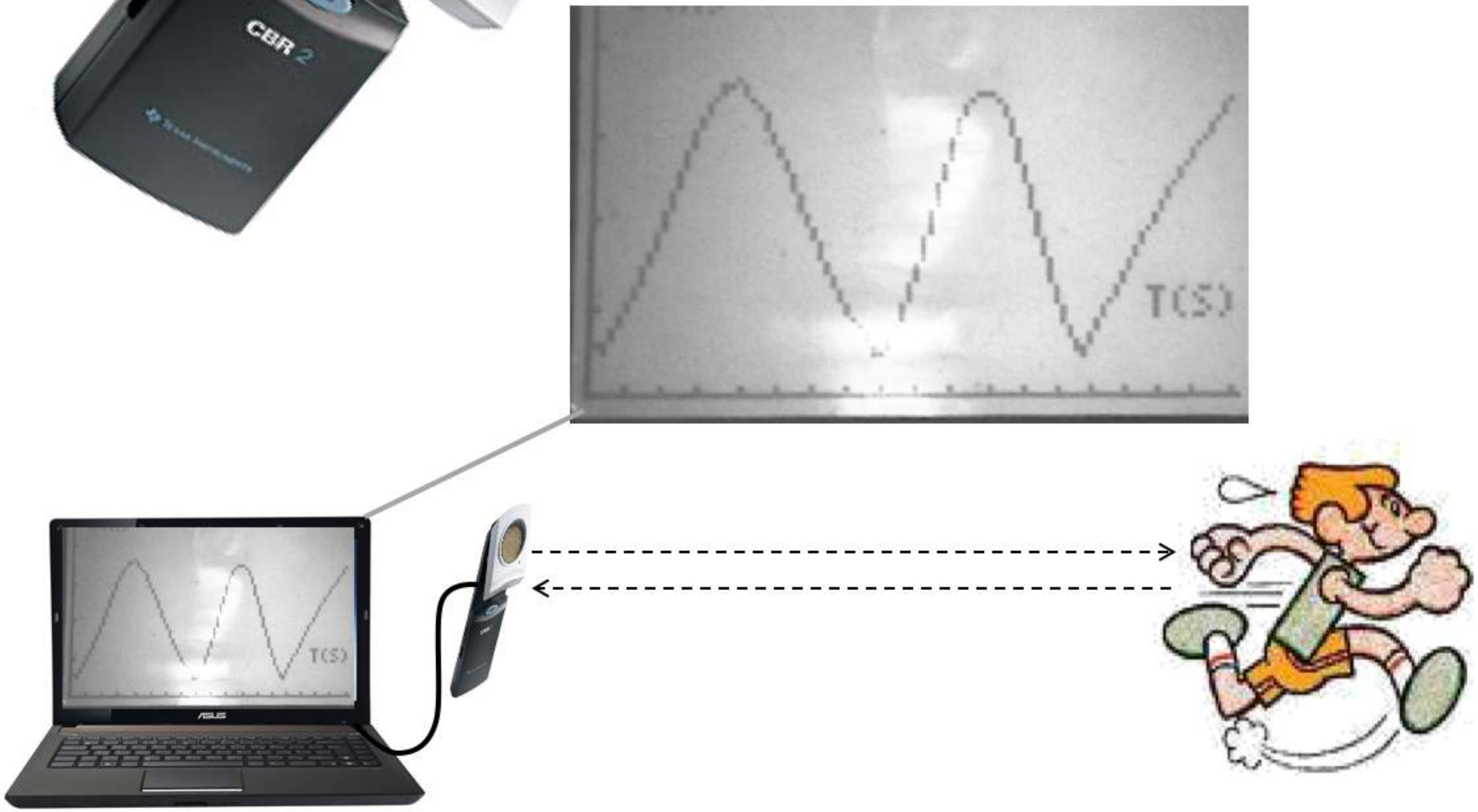
- Movimento
- Crescita (decrescita) in situazioni varie:
    - Piante
    - Persone
    - Temperatura
    - Prezzi
    - …

Rappresentare il movimento

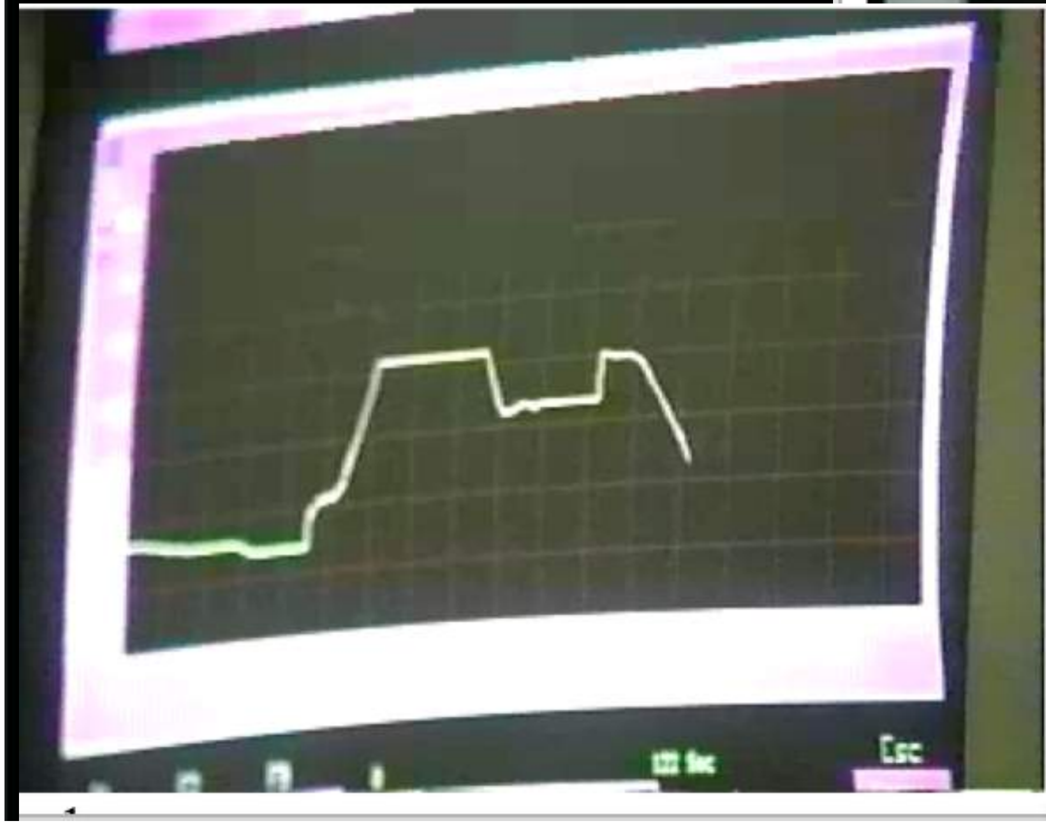
Esempio 4

Il CBR

(rivelatore sonico di movimento)



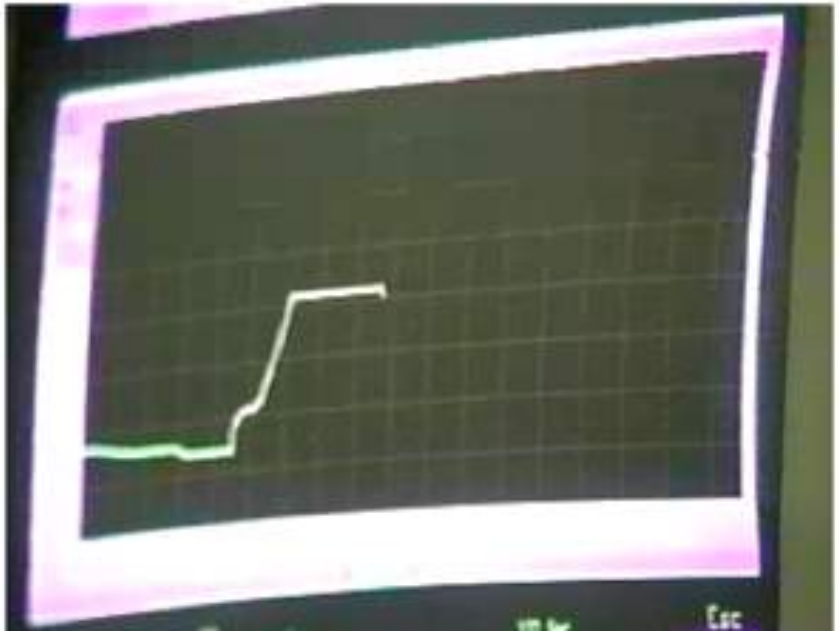
Eleanor



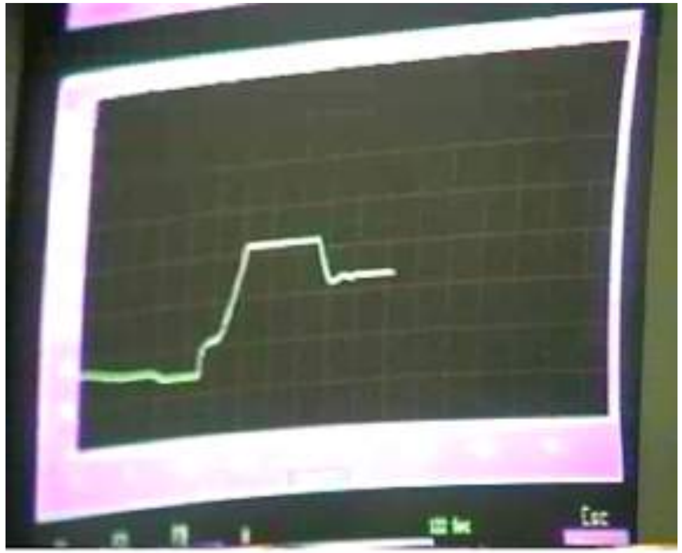
Nemirovski et al. (1998), Arzarello (2004)

EPISODIO 1

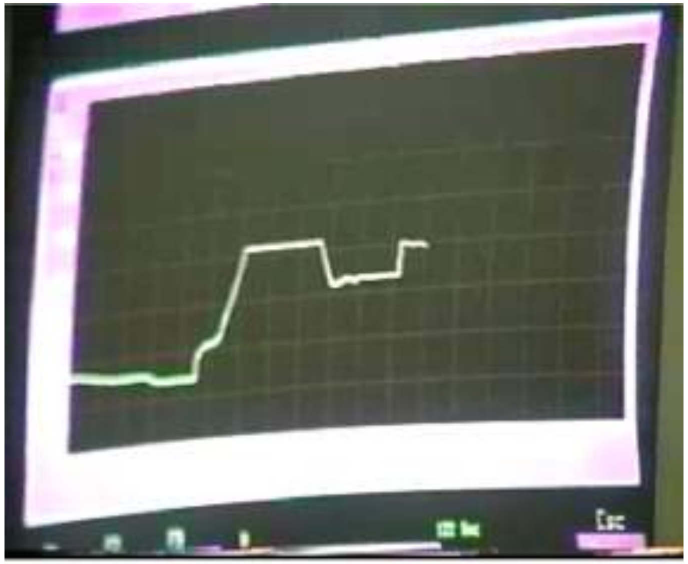
1. Maestra: "Ecco come funziona. Clicco F1 per iniziare, e puoi spostarlo.
... E risponderà alla torre. Così..."
[Eleanor sposta il dispositivo con il braccio su, giù, a destra, a sinistra e osserva cosa succede sullo schermo]
2. E: "Ora mi allontano" [E si allontana lentamente guardando sempre allo schermo per vedere che cosa succede durante il suo movimento]
3. [Ad un certo punto il grafico blocca il suo aumento e si ha una linea orizzontale]



E: "Se lo sposto ... forse questo è il più lontano possibile"
E: "Cosa succede se lo sposto più in alto?"
[E va un po 'in avanti poi solleva il dispositivo rimanendo ferma (la linea rimane orizzontale: figura).

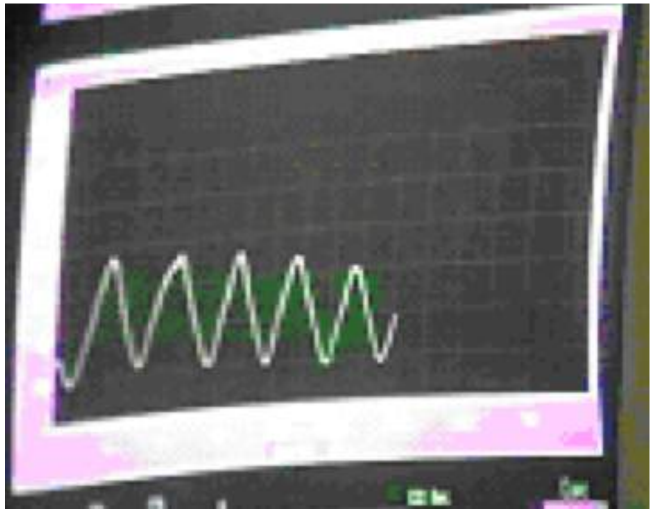


Va un po 'indietro e solleva ancora il dispositivo rimanendo immobile (figura);



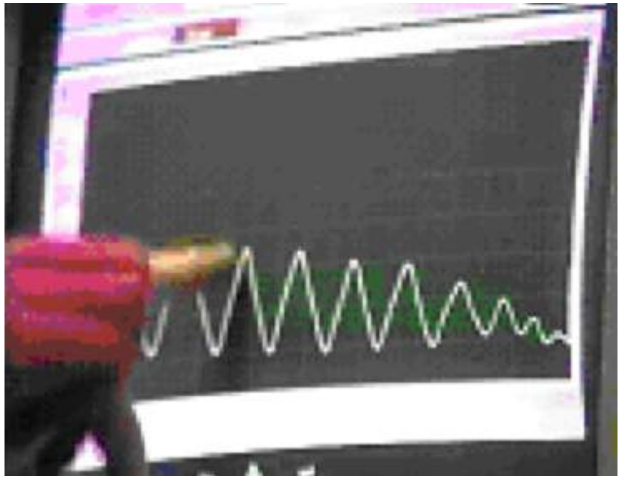
Poi va verso la torre "Più si va vicino alla torre, più [la linea] è bassa, penso"
[E si allontana di nuovo lentamente guardando lo schermo: figura]
...

4. E: "OK, cercherò di fare un disegno regolare (pattern)".
[E va avanti e indietro regolarmente e produce il grafico della figura a fianco]
E: "In realtà questo non è esattamente sempre uguale".



EPISODIO 2

5. M: "Fermiamoci e lo guardiamolo per un minuto". [E segue con attenzione il grafico sullo schermo con l'indice: figura]



6. M: "Cosa stava succedendo?"

7. E: "Beh, mi allontanavo: andavo più lontano, e poi più vicino e poi ancora ancora lontano".

[Ripete con il braccio avanti e indietro il movimento che aveva fatto con il suo corpo]

E: "stavo veramente andando così, ma un po' cambiavo".

8. M: "Allora la linea in su era quando stavi camminando ...?"
[M punta la linea sullo schermo]
9. E: "Quando stavo camminando all'indietro, e la linea in avanti era così".
10. M: "E poi tutto ... l'intera cosa ha anche una sorta di forma, vero?"
11. E: "Sì, è tutto ...
[E abbassa la testa per guardare di nuovo le diverse parti del grafico; segue di nuovo il grafico con l'indice]
... come degli zig-zag da quella parte, ma voglio dire che sono tutti ... si rassomigliano, tipo montagne o qualcosa del genere ".

EPISODIO 3

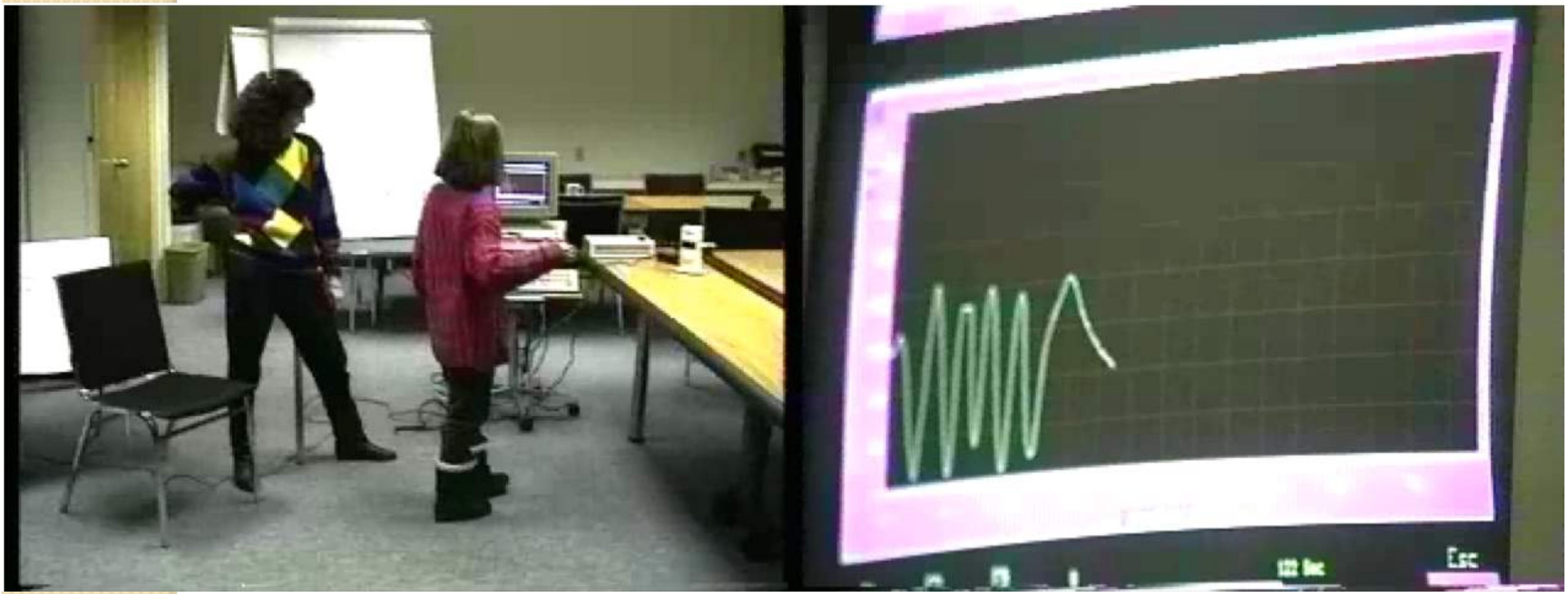
- 12. E: "Vediamo ... mi chiedo se si riesce a farla andare dritta in su?"
[Segue il grafico molto veloce con l'indice]
13. E: "Non in diagonale. Probabilmente non si può perché se dovesse andare dritto, dovrebbe essere nello stesso momento, perché si muove così [lei mette con la mano un movimento orizzontale sullo schermo attraverso il grafico], non importa quello che fai "

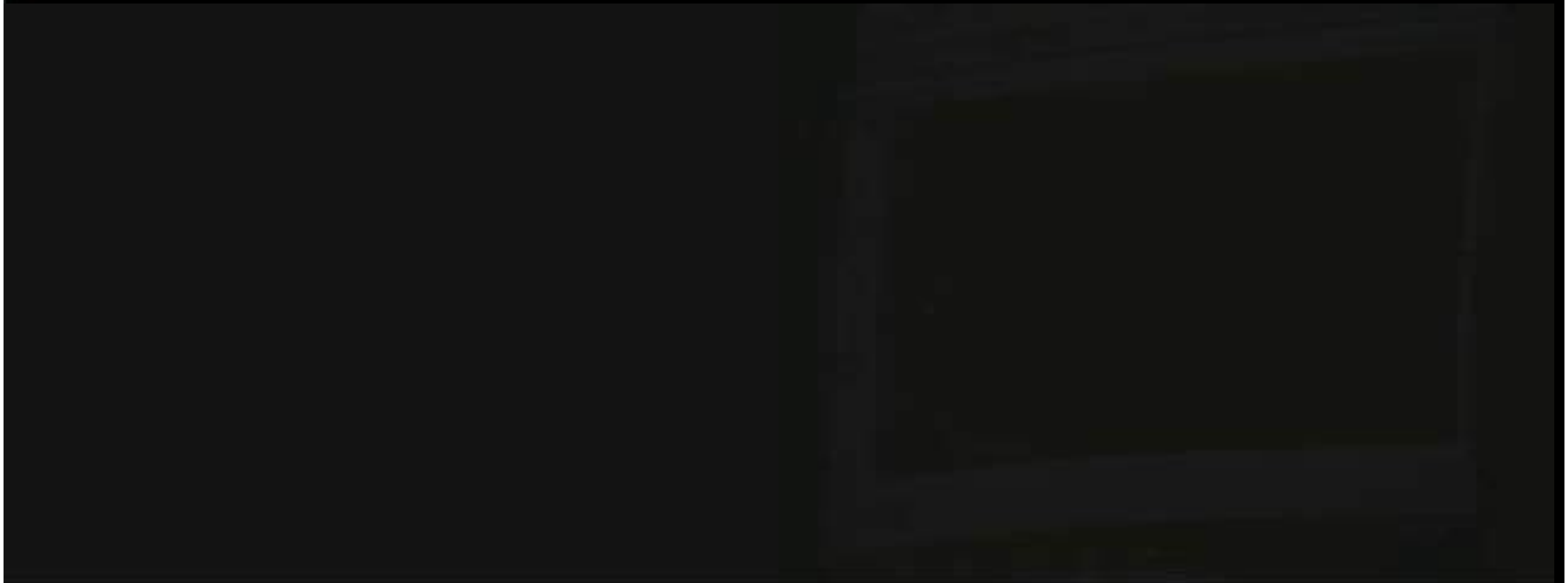
14. I: "D'accordo, ... si muove nel tempo?"
15. E: "Sì. Quindi dovresti fermare il tempo e andare così. [Con il braccio teso, E punta l'indice allo schermo e produce la forma del grafico sullo schermo]
E muoversi così. [E si muove all'indietro e accenna il movimento che aveva fatto in precedenza]
Perché, perché si muove in quella direzione [way] o in questa nello stesso tempo ".
16. E: "Sta andando in questo modo. Così va bene, invece di andare solo così ...[E fa un movimento verticale sullo schermo con l'indice]...va probabilmente in questo modo".
[E fa un movimento obliquo lento sullo schermo con l'indice]

EPISODIO 4

17. I: "Pensi di poter fare una linea più inclinata di questa? Forse non puoi farla dritta in su ma forse puoi farla un po '... "
18. E: "Può essere, forse se lo faccio più veloce".
19. I: "Ok, lo proviamo?"

19. I: "Ok, lo proviamo?"
20. E: "Non mi preoccupo della forma..."
[Prima E corre due volte avanti e indietro, poi si ferma e continua a muovere solo il braccio avanti e indietro due volte ...]
"... e se ti muovi lentamente"
[Corre di nuovo ma molto lentamente ...]





R. Nemirovsky con altri (ad es. in Italia: F. Arzarello, F.Ferrara, O. Robutti, C. Sabena, K.Savioli) ha elaborato la nozione di **fusione** per spiegare come l'interazione degli allievi con opportuni strumenti e un'opportuna orchestrazione didattica nella conduzione da parte dell'insegnante può fare evolvere il parlato, le azioni e i gesti degli allievi stessi in modo che riescano a **fondere** le proprietà dei simboli e quelle degli eventi o situazioni che queste rappresentano: in altre parole come essi siano in grado di pianificare i loro movimenti in maniera tale da creare e interpretare i grafici con azioni cinestetiche.